

RIESGOS

FINANCIEROS

Notas Técnicas:

Construcción de Curvas de Probabilidades de Incumplimiento con *Credit Default Swaps*

Abril 14, 2025

**RIESGOS
FINANCIEROS
NOTAS TÉCNICAS****CONSTRUCCIÓN DE
CURVAS DE
PROBABILIDAD DE
INCUMPLIMIENTO CON
CREDIT DEFAULT
SWAPS.****PÁG. 2**

¿Para qué sirven las PDs?
¿Por qué extraerlas del mercado?

PÁG. 3

¿Cómo se modelan las PDs y se extraen curvas de probabilidades de incumplimiento?
Insumos de Mercado
Notación

PÁG. 4

Valuación de *Credit Default Swaps*

PÁG 5

Metodología para construcción de Curvas de probabilidad de incumplimiento con CDS

PÁG 6

Ejemplo práctico de construcción Curvas de probabilidad de incumplimiento con CDS

PÁG 7

Supuestos Técnicos

PÁG 8

Riesgos y limitantes
Notas y Referencias

¿QUÉ SON LAS PROBABILIDADES DE INCUMPLIMIENTO PD'S?

La probabilidad de incumplimiento (PD, por sus siglas en inglés: *Probability of Default*) es una medida cuantitativa que estima la probabilidad de que un deudor/contraparte/emisor (como una empresa o entidad financiera) no cumpla con sus obligaciones de pago dentro de un horizonte temporal determinado.

Las curvas de probabilidad de incumplimiento, análogas a la estructura inter-temporal de tasas interés en método de construcción y relevancia para los mercados, permiten estimar cómo evoluciona la probabilidad de incumplimiento en distintos puntos en el tiempo o *tenors*.

¿PARA QUE SIRVEN LAS PDS?

1. Gestión del riesgo de crédito:

Es un insumo fundamental para estimar la exposición al riesgo crediticio o pérdida esperada (EL, por sus siglas en inglés: *Expected Loss*), en conjunto con la severidad de la pérdida (LGD, por sus siglas en inglés: *Loss Given Default*) y la exposición (EAD, por sus siglas en inglés: *Exposure at Default*/ EE, por sus siglas en inglés: *Expected Exposure*: $EL = PD \times LGD \times EAD/EE$ (1)

2. Determinación de reservas y capital regulatorio:

Acorde con los estándares de Basilea, la PD es un elemento indispensable para determinar requerimientos de capital bajo modelos internos.

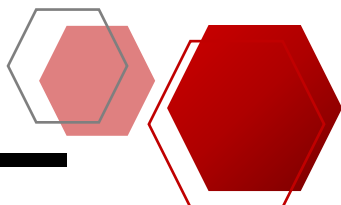
En un contexto similar, las pérdidas esperadas para efectos de provisiones o bien reconocer el efecto del riesgo de crédito en la valuación de instrumentos financieros, toman como insumo fundamental la PD.

3. Valuación de instrumentos financieros:

La PD permite valorar correctamente ciertos tipos de instrumentos financieros como bonos corporativos, y principalmente derivados de crédito (como CDS), considerando que el spread de estos últimos se puede aproximar justamente como una pérdida esperada: $spread\ CDS = EL = PD \times LGD$.

4. Toma de decisiones crediticias:

Se usan también como base para determinar pricing y condiciones de otorgamiento, incluyendo necesidades de garantías y otros mitigantes de crédito.



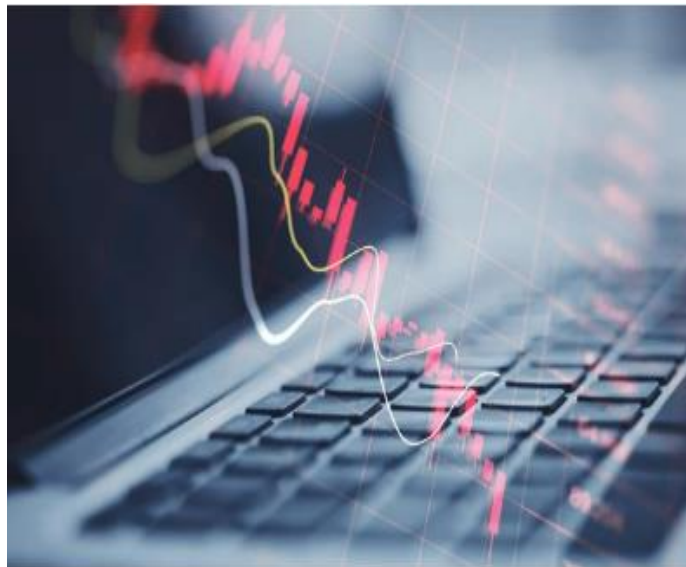
¿POR QUÉ EXTRAERLAS DEL MERCADO?

Aunque la PD puede estimarse a través de modelos internos o calificaciones crediticias, derivarla del mercado ofrece ventajas clave:

1. Refleja cotizaciones y concertación de operaciones asociadas con PDs: La información de mercado, como los spreads de CDS, incorporan cambios en la percepción del riesgo crédito y por ende la PD, por parte de los inversionistas.
2. Basada en precios de mercado: Algunos modelos internos NO capturan información reciente, incluyendo *shocks* coyunturales.
3. Sensibilidad al riesgo sistémico: Las métricas de mercado tienden a incorporar en mejor medida, los riesgos sistémicos o macroeconómicos, como crisis financieras.
4. Consistencia entre valuación y cobertura: Para entidades que valúan a mercado sus instrumentos financieros (*mark-to-market*), incluyendo el precio del riesgo de contraparte o CVA, derivar la PD de precios de mercado asegura consistencia y precisión en sus coberturas.

Es relevante el hecho de que los mercados de CDS permiten obtener niveles de cierre par-spread de los diferentes plazos de CDS (esto es análogo a una curva inter-temporal de pérdidas esperadas). Considerando lo anterior, Basilea expresa en sus lineamientos prudenciales, que: “la determinación del cálculo de capital por CVA debe basarse en spreads de los CDS disponibles en el mercado” (2).





¿CÓMO SE MODELAN LAS PDS Y SE EXTRAEN CURVAS DE PROBABILIDADES DE INCUMPLIMIENTO?

Las Probabilidades de Incumplimiento se derivan de modelos de intensidad, usando spreads o pérdidas esperadas cotizadas en el mercado de *Credit Default Swaps* (CDS).

Los modelos de intensidad incorporan la posibilidad del *default* o incumplimiento en un espacio de tiempo infinitesimal, condicional a que no haya incumplimiento previo.

A continuación, se describe la metodología para la construcción de curvas de probabilidades de incumplimiento deducidas a partir de cotizaciones de CDS de mercado.

INSUMOS DE MERCADO (3)

- Cotizaciones de primas CDS: Se toman en cuenta todas las primas o spreads a los distintos plazos existentes de CDS para el nombre en particular (típicamente en dólares) sobre el cual se busca modelar la PD, prefiriendo aquellas cotizaciones de instrumentos cuyos vencimientos consideren las reglas de las "IMM Dates" (4).
- Tasa de Recuperación: Valor fijo y usualmente convención de mercado para cotizaciones y valoración de CDS. Por convención de mercado, se asumen las siguientes tasas de recuperación:
 - 25% en Mercados Emergentes (incluido México)
 - 40% en Mercado Europeo
- Curva de descuento: La elección de la curva de descuento base depende de la moneda asociada con el spread del CDS a ser utilizado, no obstante, lo anterior, el fondeo base también puede considerarse como referencia.

NOTACIÓN

v_0 = Fecha de construcción de la curva

t_0 = Fecha de liquidación (e inicio de intereses) de todos los contratos CDS subyacentes

t'_m = Fecha de la m – ésima "IMM Date" más próxima

t_n = Fecha de vencimiento del CDS con a lo más n cupones restantes por pagar; la fecha se elige la primera "IMM Date" que permita que se cumpla el plazo establecido del CDS (Para la cotización de un CDS con vigencia de 1Y, que se hace el día 2023/09/07 el correspondiente vencimiento natural sería el 2024/09/07, al no ser una fecha válida, se recorre hasta el 2024/09/20)





Formalmente, si n es el tenor del CDS, entonces:

$$t_n = \min \{t'_m ; t'_m - v_0 > \Delta_n\},$$

t_k = Fecha k – ésima de pago de prima del CDS con a lo más n cupones restantes

r_n = Prima del CDS con a lo más n cupones restantes

R = Tasa de recuperación que aplica a los CDS

$\Delta(t, T)$ = Fracción de año comprendida entre t y T según la convención de conteo establecida

$FD(t, T)$ = Factor de descuento entre t y T

ξ = Fecha en la que ocurre el evento de incumplimiento

$S_T = P[\xi \geq t]$ = Probabilidad de supervivencia al tiempo t , se utiliza un modelo de intensidad dependiente del tiempo por lo que:

$$S_t = e^{-\lambda_t * \Delta(v_0, t)}; S_0 = 1,$$

λ_t = Intensidad del proceso de incumplimiento al tiempo t

VALUACION DE CREDIT DEFAULT SWAPS (5)

Es un contrato bilateral en el que una parte compra protección de crédito a otra parte, para cubrir la pérdida potencial por un evento de incumplimiento. Para pagar esta protección, el comprador hace una serie de pagos periódicos (spread CDS), a dicha serie en la valuación del instrumento, se le conoce como Pata de prima. Estos pagos son realizados hasta que un evento de incumplimiento ocurra y se termine anticipadamente el contrato o bien hasta la fecha de vencimiento, lo que ocurra primero.

Si un evento de incumplimiento ocurre antes de la fecha de vencimiento del contrato, el vendedor hace un pago, al cual, en la valuación del instrumento, se le conoce como Pata de protección. Este pago contingente compensa al comprador por la pérdida incurrida ante el evento de crédito.

Considerando el planteamiento anterior, se cumple que el valor presente de ambas patas es igual, es decir:

$$NPV_{Prima} = NPV_{Protección},$$

La pata de prima se calcula de la siguiente manera, donde particularmente, para el caso del CDS con a lo más n cupones restantes por pagar se tiene:

$$NPV_{Prima} = \sum_{k=1}^n r_n * \Delta_{(t_{k-1}, t_k)} * FD_{(v_0, t_k)} * \frac{1}{2} (S_{t_{k-1}} + S_{t_k})$$



Por otro lado, el valor de **la pata de protección**, considerando la prima devengada en caso de incumplimiento en una fecha que no sea de pago de prima (accrual):

$$NPV_{Protección} = \sum_{k=1}^n (1 - R) * FD_{(v_0, t_k)} * (S_{t_{k-1}} - S_{t_k})$$

METODOLOGÍA PARA CONTRUCCIÓN DE CURVAS DE PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO CON CREDIT DEFAULT SWAPS

A continuación, se describe el método recursivo que se utiliza para la construcción de la curva de probabilidades de incumplimiento. Es de observarse que primero se construye una curva de intensidades del proceso λ_t , de tal forma que cualquier tipo de interpolación se realice sobre esta variable.

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la igualdad inicial y reorganizando se tiene:

$$\begin{aligned} r_n \left(\Delta_{(t_{n-1}, t_n)} * FD_{(v_0, t_n)} * \frac{1}{2} (S_{t_{n-1}} + S_{t_n}) + \sum_{k=1}^{n-1} \Delta_{(t_{k-1}, t_k)} * FD_{(v_0, t_k)} * \frac{1}{2} (S_{t_{k-1}} + S_{t_k}) \right) \\ = (1 - R) \left(FD_{(v_0, t_n)} * (S_{t_{n-1}} - S_{t_n}) + \sum_{k=1}^{n-1} FD_{(v_0, t_k)} * (S_{t_{k-1}} - S_{t_k}) \right) \end{aligned}$$

Donde sin pérdida de generalidad S_{t_m} es conocida para alguna $m < n$, (para el paso 1 del proceso recursivo, se conoce S_{t_0} , y para cualquier S_{t_k} intermedia se asume linealidad en las tasas de intensidad:

$$\lambda_{t_k} = \alpha * \lambda_{t_m} + (1 - \alpha) * \lambda_{t_n}; \alpha = \frac{\Delta_{(t_k, t_n)}}{\Delta_{(t_m, t_n)}}$$

De tal forma que se calculan todas las S_{t_k} intermedias como:

$$S_{t_k} = e^{-\lambda_{t_k} * \Delta_{(v_0, t_k)}},$$

y la única incógnita es S_{t_n} por lo que se resuelve numéricamente la igualdad reordenada, resolviendo sobre la variable λ_{t_n} sujeta a la restricción natural:

$$\lambda_{t_n} * \Delta_{(v_0, t_n)} \geq \lambda_{t_m} * \Delta_{(v_0, t_m)}$$

ya que S es una función de supervivencia y debe ser monótona decreciente.



Este proceso recursivo se repite para el CDS con vencimiento posterior $t_q > t_n$, donde ahora se conoce hasta S_{t_n} y la nueva incógnita es S_{t_q} para la que se resuelve.

Se repite este proceso recursivo hasta que se tenga $S_t \forall t$ y entonces se calcula la probabilidad de incumplimiento acumulada al tiempo t para cualquier fecha como:

$$P[\xi \leq t] = 1 - S_t$$

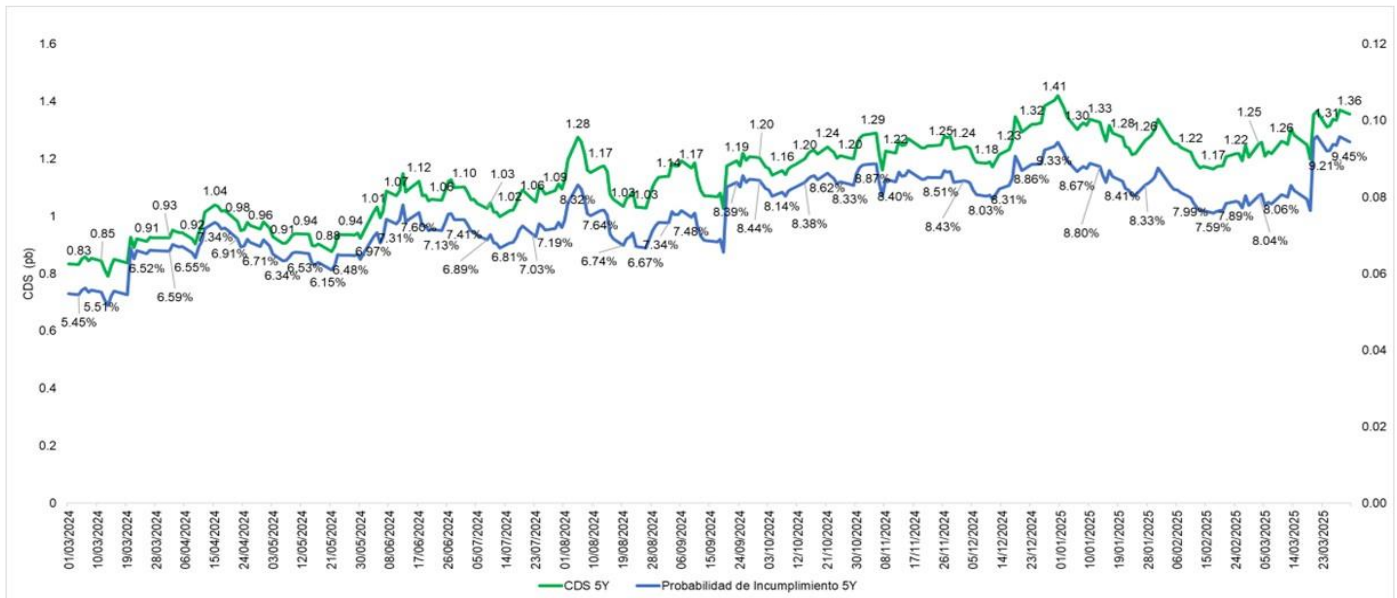
EJEMPLO PRÁCTICO DE CONSTRUCCIÓN CURVAS DE PROBABILIDAD DE INCUMPLIMIENTO CON CREDIT DEFAULT SWAPS

A través del proceso recursivo, se encuentra nodo a nodo la Intensidad del proceso de incumplimiento al tiempo t ; λ_t tal que $NPV_{prima} = NPV_{protección}$

Con información de spreads para un determinado nombre particular de CDS, al 31 marzo 2025:

Vencimiento	Tasa Recuperación (%)	Cotizaciones CDS (%)	PD Acumulada (%)
6M	25	0.454	0.004
1Y	25	0.548	0.009
2Y	25	0.718	0.021
3Y	25	0.918	0.040
4Y	25	1.117	0.063
5Y	25	1.356	0.094
7Y	25	1.722	0.163
10Y	25	2.102	0.272
20Y	25	2.385	0.516

Gráfica 1. Curva de probabilidad de incumplimiento acumulada tenor 5Y (%) vs spread CDS 5Y (%)



Fuente: Información de proveedor de precios con construcción de PDs utilizando modelo descrito en la presente nota

SUPUESTOS TÉCNICOS

1. Eficiencia del mercado: Se asume que los precios de los CDS reflejan de manera eficiente toda la información disponible y que no existen distorsiones significativas por falta de liquidez.
2. Neutralidad al riesgo: La PD derivada de los CDS es una probabilidad neutral al riesgo, es decir, ajustada por la aversión al riesgo de los inversionistas. No es una PD real o histórica (*real-world probability*), sino aquella que reproduce correctamente los precios de mercado, bajo un enfoque de valuación neutral al riesgo.
3. Recuperación constante en caso de *default*: Se suele fijar un supuesto de tasa de recuperación constante, por ejemplo, 25%. La PD resultante es muy sensible a este parámetro.
4. Independencia del evento de *default* y tasas de interés: Generalmente, los modelos suponen que los eventos de *default* son independientes de los movimientos de tasas de interés o *spreads* de crédito.
5. Ausencia de arbitraje: Se asume que no existen oportunidades de arbitraje en el mercado y que el precio del CDS es el resultado del equilibrio entre oferta y demanda.

RIESGOS Y LIMITANTES

1. Riesgo de liquidez: Muchos emisores, especialmente en mercados emergentes, no tienen CDS suficientemente líquidos, por lo que los precios pueden no ser representativos y reflejar factores idiosincráticos (6).
2. Riesgo de base (basis risk): Puede existir una diferencia entre el *spread* del CDS y el *spread* observado en bonos del mismo emisor debido a diferencias en cláusulas contractuales, garantías, legislación aplicable, etc.
3. Sensibilidad y disponibilidad de tasas de recuperación: Un cambio en el supuesto de tasa de recuperación puede modificar de forma significativa la PD implícita. Esta tasa no es observable directamente y puede cambiar drásticamente en eventos de estrés.
4. Impacto de factores no crediticios: El *spread* del CDS puede incorporar componentes que no tienen que ver estrictamente con el riesgo de crédito, como: especulación, aversión al riesgo sistémico o cobertura.
5. Eventos sistémicos o correlacionados: En momentos de estrés sistémico, los *spreads* de CDS pueden aumentar por razones agregadas de mercado y no necesariamente por deterioro individual del emisor.
6. Probabilidad *risk-neutral vs real-world*: Las probabilidades derivadas de los CDS no representan directamente la probabilidad de *default* esperada desde un punto de vista estadístico, sino desde el punto de vista de valuación de instrumentos financieros. Esto es crucial para su interpretación en modelos regulatorios o de capital económico.

NOTAS Y REFERENCIAS

- (1) En el caso de exposición con aplicaciones para estimar CVA, BCVA en derivados, la métrica de relevancia es el EE, mientras que cuando se utiliza para estimaciones de riesgo de crédito tradicional, la métrica correspondiente es la EAD.
- (2) Banco Internacional de Pagos, *Basel Committee on Banking Supervision, The Basel Framework*.
- (3) Los proveedores precios oficiales en México proporcionan información de *spreads* de CDS, para nombres o bien índices, y asimismo tasas de mercado, acorde a las necesidades.
- (4) Estas cotizaciones suelen tener fecha de vencimiento los días 20 de los meses marzo, junio, septiembre, diciembre y regla de liquidación de un día hábil.
- (5) Para saber más sobre valuación de CDS, ver O’Kane & Turnbull, *Lehman Brothers, Valuation of Credit Default Swaps*.
- (6) En un número subsiguiente se aterrizará alternativas para implicar PDs utilizando aproximaciones, y especialmente para casos en que no se cuenta con información líquida para emisores en particular.

RIESGOS

FINANCIEROS

