

RIESGOS FINANCIEROS

Notas Técnicas:

Modelo Hull-White y su aplicación en la estimación de exposición para líneas de derivados

Septiembre 3, 2026



RIESGOS FINANCIEROS

NOTAS TÉCNICAS

Modelo Hull-White y su aplicación en la estimación de exposición para líneas de derivados

PÁG. 2

Objetivo general
Introducción

PÁG. 3

Modelo Hull-White de un factor

PÁG. 5

Metodología de estimación de la exposición

PÁG. 9

Cálculo de la Exposición Esperada y
Exposición Potencial Futura

PÁG. 11

Caso práctico

PÁG. 13

Riesgos y limitaciones

PÁG. 14

Conclusiones
Notas y referencias

OBJETIVO GENERAL

La presente nota técnica tiene como objetivo documentar y formalizar la metodología para la estimación de la Exposición Esperada (EE) y la Exposición Potencial Futura (PFE) de operaciones con derivados de tasa de interés, mediante la simulación de la evolución de la estructura temporal de tasas bajo el modelo Hull-White de un factor.

Para ello, se desarrollan los fundamentos del modelo, la generación de escenarios de tasa de interés y la revaluación de las operaciones a lo largo del horizonte de exposición, incorporando los efectos de *netting* y reconociendo, cuando corresponda, el efecto de los mecanismos de colateralización. A partir de las distribuciones de exposición resultantes, se establecen las métricas de EE y PFE, como medidas prospectivas del riesgo de contraparte y como insumo para la gestión y monitoreo de las líneas de derivados.

INTRODUCCIÓN

El riesgo de contraparte asociado a instrumentos derivados depende de la evolución futura del valor de las operaciones y, por tanto, no puede caracterizarse únicamente a partir de su valor de mercado en la fecha de valuación. Conforme cambian los factores de riesgo subyacentes, el valor de una operación puede evolucionar a favor o en contra de la institución, dando lugar a distintos niveles de exposición a lo largo de su vida remanente.

Para una fecha futura t , sea $V(t)$ el valor de mercado de una operación desde la perspectiva de la institución. En ausencia de mecanismos de mitigación, la exposición puede representarse como la parte positiva de dicho valor:

$$E(t) = \max(V(t), 0)$$

Esta relación refleja la naturaleza asimétrica del riesgo de contraparte: un valor positivo representa un derecho económico frente a la contraparte y, por tanto, una exposición ante su eventual incumplimiento; un valor

negativo representa una obligación de la institución y no constituye exposición crediticia frente a dicha contraparte. Cuando existen acuerdos de neteo y colateralización, esta definición se aplica sobre la exposición agregada considerando los términos contractuales correspondientes.

Dado que $V(t)$ depende de factores de mercado cuyo comportamiento futuro es incierto, $E(t)$ es una variable aleatoria. En consecuencia, la medición de la exposición requiere caracterizar su distribución en distintos horizontes de tiempo. A partir de estas distribuciones se obtienen métricas como la Exposición Esperada (EE), que representa el comportamiento promedio de la exposición, y la Exposición Potencial Futura (PFE), que cuantifica un nivel de exposición asociado a un determinado percentil de su distribución.

En derivados de tasa de interés, la estimación de estas distribuciones requiere modelar la evolución conjunta de las tasas que determinan el valor de las operaciones. Para este propósito, el modelo Hull–White proporciona un marco para representar la evolución estocástica de las tasas y mantener consistencia con la estructura temporal observada en la fecha de valuación. A partir de esta dinámica es posible generar escenarios mediante simulación Monte Carlo, revaluar las operaciones en cada escenario y horizonte temporal y, finalmente, construir los perfiles de exposición utilizados para la estimación de EE y PFE.

Especificación del modelo Hull–White

El modelo Hull–White puede formularse mediante distintas especificaciones en función del número de factores estocásticos considerados. En su versión de dos factores (2F), se incorporan dos fuentes de incertidumbre correlacionadas, lo que permite representar con mayor flexibilidad movimientos diferenciados de la estructura temporal de tasas. En contraste, la especificación de un factor (1F) concentra la dinámica en una única fuente de incertidumbre, dando lugar a una estructura de parametrización y calibración más acotada.

Para efectos de la presente metodología se adopta la especificación Hull–White de un factor como marco para modelar la dinámica de tasas utilizada en la estimación de los perfiles de exposición.

MODELO HULL-WHITE 1F (UN FACTOR)

Bajo la medida neutral al riesgo $\mathbb{Q}$, utilizada para la valuación, la dinámica de la tasa corta instantánea $r(t)$ se expresa como:

$$dr(t) = [\theta^{\mathbb{Q}}(t) - a^{\mathbb{Q}}r(t)]dt + \sigma^{\mathbb{Q}}dW^{\mathbb{Q}}(t)$$

donde:

$r(t)$ representa la tasa corta instantánea libre de riesgo

$a^{\mathbb{Q}}$ es el parámetro de reversión a la media

$\sigma^{\mathbb{Q}}$ corresponde a la volatilidad del proceso

$\theta^{\mathbb{Q}}(t)$ es una función determinística del tiempo utilizada para ajustar el modelo a la estructura temporal inicial de tasas

$W^{\mathbb{Q}}(t)$ representa un movimiento Browniano estándar bajo la medida neutral al riesgo

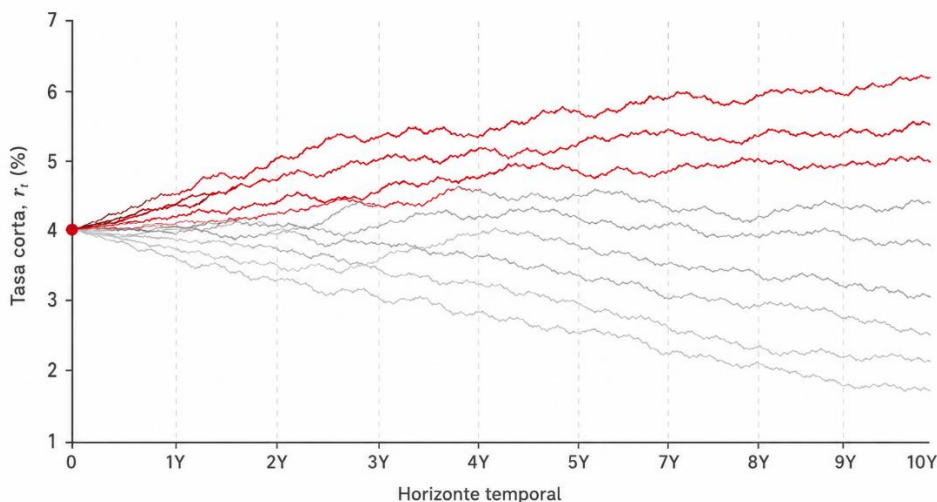
La especificación anterior separa dos componentes en la evolución de la tasa corta. El componente determinístico $\theta^{\mathbb{Q}}(t) - a^{\mathbb{Q}}r_t$ establece la tendencia de la tasa a lo largo del tiempo, mientras que el componente estocástico $\sigma^{\mathbb{Q}}dW_t$ incorpora los movimientos aleatorios que generan dispersión entre trayectorias. Esta estructura permite representar una dinámica estocástica de tasas manteniendo

consistencia con las condiciones iniciales observadas en el mercado. En particular, los parámetros del modelo determinan distintas características de la dinámica de la tasa corta:

- **Reversión a la media (α^Q):** determina la velocidad con la que las desviaciones pierden persistencia en el tiempo, en particular, si la tasa se aleja de sus niveles de referencia, el modelo incorpora una tendencia de regreso gradual. Un valor mayor de α^Q implica una reversión más rápida y, en consecuencia, una menor persistencia de los movimientos observados en las trayectorias simuladas
- **Volatilidad (σ^Q):** controla la magnitud de las perturbaciones estocásticas de la tasa corta. Valores mayores de σ^Q incrementan la dispersión de las tasas futuras y, por tanto, amplían el rango de escenarios de mercado generado por el modelo
- **Ajuste temporal ($\theta^Q(t)$):** es una función determinística que permite incorporar la estructura temporal inicial de tasas dentro de la dinámica del modelo. Para valores dados de α^Q y σ^Q , su especificación permite que el modelo reproduzca la curva observada en la fecha de valuación

La dinámica descrita permite generar trayectorias estocásticas de la tasa corta a partir de una misma condición inicial y parametrización del modelo. La Figura 1 presenta una representación ilustrativa de dichas trayectorias y de la dispersión que surge de la componente estocástica del proceso.

Figura 1. Trayectorias simuladas de la tasa corta – Modelo Hull-White (1F)



Ajuste a la curva inicial y parametrización bajo Q

Una propiedad central del modelo Hull-White es su capacidad para incorporar de manera consistente la estructura temporal de tasas observada en la fecha de valuación. Para relacionar la función de ajuste $\theta^Q(t)$ con la información observada en mercado, el modelo incorpora información de la curva inicial de mercado mediante la tasa *forward* instantánea implícita $f^M(0, t)$:

$$f^M(0, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \ln P^M(0, t)$$

donde $P^M(0, t)$ representa el factor de descuento derivado de la estructura temporal inicial observada en mercado.

En la especificación de un factor:

$$dr(t) = [\theta^{\mathbb{Q}}(t) - a^{\mathbb{Q}}r(t)]dt + \sigma^{\mathbb{Q}}dW^{\mathbb{Q}}(t)$$

Para $a^{\mathbb{Q}}$ y $\sigma^{\mathbb{Q}}$ constantes, $\theta^{\mathbb{Q}}(t)$ puede expresarse de la siguiente manera:

$$\theta^{\mathbb{Q}}(t) = \frac{\partial f^M(0,t)}{\partial t} + a^{\mathbb{Q}}f^M(0,t) + \frac{(\sigma^{\mathbb{Q}})^2}{2a^{\mathbb{Q}}} (1 - e^{-2a^{\mathbb{Q}}t})$$

Nota: La expresión anterior corresponde a la parametrización $dr(t) = [\theta^{\mathbb{Q}}(t) - a^{\mathbb{Q}}r(t)]dt + \sigma^{\mathbb{Q}}dW^{\mathbb{Q}}(t)$

Esta especificación permite distinguir entre el ajuste a la curva inicial y los parámetros que determinan la dinámica estocástica del modelo. Para valores dados de $a^{\mathbb{Q}}$ y $\sigma^{\mathbb{Q}}$, la función $\theta^{\mathbb{Q}}(t)$ queda determinada por la estructura temporal inicial; mientras que, $a^{\mathbb{Q}}$ y $\sigma^{\mathbb{Q}}$ controlan, respectivamente, la persistencia y la dispersión de la dinámica futura de la tasa corta. De esta manera, el ajuste de $\theta^{\mathbb{Q}}(t)$ permite reproducir la curva inicial sin imponer que dicha estructura permanezca invariable durante el horizonte de simulación.

En una implementación típica, los parámetros $a^{\mathbb{Q}}$ y $\sigma^{\mathbb{Q}}$ se determinan mediante calibración a instrumentos opcionales de tasas de interés, como los *swaptions* o *caps/floors*, buscando que el modelo reproduzca de manera consistente la estructura de volatilidad implícita relevante para la valuación de las operaciones. El conjunto específico de instrumentos dependerá de la metodología de calibración adoptada y de la información de mercado disponible. Una vez determinados estos parámetros y construida $\theta^{\mathbb{Q}}(t)$, queda especificada la dinámica neutral al riesgo utilizada en el marco de valuación de las operaciones.

METODOLOGÍA DE ESTIMACIÓN DE LA EXPOSICIÓN

Una vez especificada la dinámica del modelo Hull–White y determinados los parámetros requeridos para su implementación, la estimación de la exposición se realiza mediante simulación Monte Carlo. El procedimiento consiste en generar escenarios para los factores de riesgo relevantes, revaluar las operaciones bajo las condiciones de mercado asociadas a cada escenario y construir, para cada horizonte temporal, la distribución de exposición correspondiente.

La metodología se desarrolla sobre una malla discreta de fechas futuras

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T,$$

donde T representa el horizonte máximo de exposición considerado. Para cada fecha t_i , se generan M realizaciones del modelo, a partir de las cuales se obtienen los valores futuros de las operaciones y las exposiciones correspondientes. La colección de exposiciones obtenida para cada horizonte constituye el insumo para la estimación posterior de la exposición esperada (EE) y la exposición potencial futura (PFE).

Medidas de probabilidad en la estimación de exposición

La estimación de la exposición requiere distinguir entre la medida empleada para la generación de escenarios de mercado y la utilizada para la valuación de las operaciones. En el marco de la presente nota, los escenarios utilizados para la estimación de las métricas de exposición se generan bajo la medida física o histórica $\mathbb{P}$, mientras que la revaluación de las operaciones en cada escenario se realiza bajo un marco de valuación neutral al riesgo $\mathbb{Q}$.

Bajo la medida $\mathbb{P}$, los parámetros que determinan la dinámica de los factores de riesgo se estiman a partir de información histórica, con el propósito de representar su comportamiento para fines de medición de riesgo. En contraste, la medida $\mathbb{Q}$ se utiliza para la revaluación de las operaciones en cada fecha y escenario, de manera consistente con las condiciones de mercado y con los principios de valuación aplicables. Esta distinción permite separar la distribución de los escenarios futuros, relevante para la estimación de la exposición, del marco de valuación utilizado para obtener el valor de las operaciones dentro de cada escenario. En consecuencia, las distribuciones de exposición y las métricas de EE y PFE resultantes se encuentran asociadas a los escenarios generados bajo $\mathbb{P}$.

Generación de escenarios mediante simulación Monte Carlo

Para la estimación de la exposición, la simulación Monte Carlo permite generar realizaciones de la tasa corta bajo la medida física $\mathbb{P}$ en cada fecha de la malla temporal. Los parámetros que determinan la dinámica del proceso, en particular la reversión a la media y la volatilidad, se obtienen de la calibración histórica establecida para la generación de escenarios. Para simplificar la notación, se denota por $r_{i,j}$ la tasa corta simulada en la fecha t_i bajo el escenario j , con $i = 0, \dots, n$ y $j = 1, \dots, M$.

Bajo la medida física $\mathbb{P}$, la dinámica del proceso, incluyendo el término determinístico $\theta^{\mathbb{P}}(t)$ y los parámetros de reversión y volatilidad, se especifica y estima a partir de información histórica, de acuerdo con la metodología adoptada para la generación de escenarios. A diferencia de $\theta^{\mathbb{Q}}(t)$, la especificación de $\theta^{\mathbb{P}}(t)$ no está determinada por la condición de ajuste exacto a la curva inicial de mercado.

Dada la estructura lineal y gaussiana del modelo Hull–White, la evolución de la tasa corta entre dos fechas consecutivas de la malla puede obtenerse directamente a partir de la solución de la ecuación diferencial estocástica. Para $t_{i+1} > t_i$ se tiene:

$$r_{i+1,j} = r_{i,j}e^{-a^{\mathbb{P}}\Delta t_i} + \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{-a^{\mathbb{P}}(t_{i+1}-u)} \theta^{\mathbb{P}}(u) du + \sigma^{\mathbb{P}} \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{-a^{\mathbb{P}}(t_{i+1}-u)} dW^{\mathbb{P}}(u)$$

donde $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$.

Dada la estructura gaussiana del modelo, la tasa corta en t_{i+1} , condicionada a su valor en t_i , sigue una distribución normal cuya media y varianza están dadas por:

$$\begin{aligned} \mu_{i,j}^{\mathbb{P}} &= r_{i,j}e^{-a^{\mathbb{P}}\Delta t_i} + \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{-a^{\mathbb{P}}(t_{i+1}-u)} \theta^{\mathbb{P}}(u) du \\ (s_i^{\mathbb{P}})^2 &= \frac{(\sigma^{\mathbb{P}})^2}{2a^{\mathbb{P}}} (1 - e^{-2a^{\mathbb{P}}\Delta t_i}) \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$r_{i+1,j} \mid r_{i,j} \sim \mathcal{N}(\mu_{i,j}^{\mathbb{P}}, (s_i^{\mathbb{P}})^2)$$

Esta representación permite simular directamente la transición de la tasa corta entre fechas consecutivas a partir de su distribución condicional, sin recurrir a una discretización de tipo Euler. De esta forma, se generan las trayectorias de tasas requeridas para revaluar las operaciones y caracterizar su exposición futura a lo largo del horizonte considerado.

En términos de la notación definida para la simulación, cada realización puede obtenerse como:

$$r_{i+1,j} = \mu_{i,j}^{\mathbb{P}} + s_i^{\mathbb{P}} Z_{i,j}, \quad Z_{i,j} \stackrel{iid}{\sim} \mathcal{N}(0,1)$$

donde $Z_{i,j}$ representa una realización normal estándar asociada al intervalo i y al escenario j .

Bajo la medida física $\mathbb{P}$, se denotan por $\alpha^{\mathbb{P}}$ y $\sigma^{\mathbb{P}}$ los parámetros de reversión a la media y volatilidad, respectivamente, mientras que $\theta^{\mathbb{P}}(t)$ representa el término determinístico asociado a la dinámica utilizada para la generación de escenarios.

La aplicación sucesiva de esta transición sobre la malla temporal genera M trayectorias de la tasa corta, cada una consistente con la parametrización especificada para la dinámica bajo la medida física $\mathbb{P}$.

De los escenarios simulados a la estructura temporal de tasas

En cada fecha de simulación, la dinámica simulada bajo la medida física $\mathbb{P}$ proporciona el estado del factor de riesgo representado por la tasa corta. Para la revaluación de las operaciones, dicho estado se incorpora al marco de valuación neutral al riesgo $\mathbb{Q}$, bajo el cual se determinan las estructuras temporales requeridas para valorar los flujos remanentes. En el modelo Hull–White, este vínculo se establece a través de la representación afin de los precios de bonos cupón cero. Para $T > t$:

$$P^{\mathbb{Q}}(t, T) = A^{\mathbb{Q}}(t, T) e^{-B^{\mathbb{Q}}(t, T) r(t)}$$

con

$$B^{\mathbb{Q}}(t, T) = \frac{1 - e^{-\alpha^{\mathbb{Q}}(T-t)}}{\alpha^{\mathbb{Q}}} \quad \text{y} \quad A^{\mathbb{Q}}(t, T) = \frac{P^M(0, T)}{P^M(0, t)} e^{\left[B^{\mathbb{Q}}(t, T) f^M(0, t) - \frac{\sigma^{\mathbb{Q}^2}}{4\alpha^{\mathbb{Q}}} (1 - e^{-2\alpha^{\mathbb{Q}}t}) B^{\mathbb{Q}}(t, T)^2 \right]}$$

donde $P^M(0, t)$ y $P^M(0, T)$ representan los factores de descuento observados en la estructura temporal inicial, $f^M(0, t)$ corresponde a la tasa forward instantánea implícita en dicha curva y $B^{\mathbb{Q}}(t, T)$ determina la sensibilidad del precio del bono cupón cero respecto de la tasa corta.

La representación anterior vincula la variable de estado del modelo con los factores de descuento asociados a cada escenario. De esta forma, las estructuras temporales resultantes proporcionan la información de mercado necesaria para determinar el valor de los flujos remanentes de las operaciones en cada fecha de simulación.

En un esquema multi-curva, las estructuras de descuento y proyección se mantienen diferenciadas conforme a su construcción inicial. La dinámica simulada mediante el modelo Hull–White se incorpora de manera consistente en ambas estructuras, preservando en cada escenario la relación establecida entre las curvas en la fecha de valuación. De esta forma, un único factor estocástico permite generar las estructuras requeridas para la proyección de los flujos variables y su descuento, sin introducir factores de riesgo adicionales para el diferencial entre curvas. Lo anterior bajo el supuesto de que los diferenciales observados entre curvas permanecen estables respecto de la relación observada en la fecha de valuación.

Revaluación de las operaciones

Una vez generadas las estructuras temporales asociadas a cada escenario, las operaciones se revalúan en cada fecha t_i utilizando las condiciones de mercado correspondientes. Para ello, se denota por $V_{i,j}$ el valor de mercado de una operación en la fecha t_i bajo el escenario j y considerando el marco de valuación neutral

al riesgo $\mathbb{Q}$, desde la perspectiva de la institución. De manera general, el valor de una operación puede representarse como el valor presente de sus flujos de efectivo remanentes:

$$V_{i,j}^{(\ell)} = \sum_{k: T_k > t_i} CF_k^{(\ell)}(t_i, j) P^{(j)}(t_i, T_k)$$

donde

$CF_k^{(\ell)}(t_i, j)$ representa el flujo de la operación ℓ con pago en T_k , proyectado utilizando la información disponible en t_i bajo el escenario j ;

$P^{(j)}(t_i, T_k)$ es el factor de descuento aplicable entre t_i y T_k bajo el escenario j .

En instrumentos de tasas de interés cuyos flujos dependen de referencias variables, la revaluación requiere determinar tanto los flujos futuros como su valor presente de manera consistente con las estructuras de proyección y descuento aplicables. Por lo tanto, los escenarios simulados afectan el valor de la operación a través de la evolución de las tasas utilizadas para proyectar los flujos remanentes y descontarlos a la fecha de revaluación. Para cada horizonte t_i , este procedimiento genera un conjunto de valores de mercado.

$$\{V_{i,1}, V_{i,2}, \dots, V_{i,M}\}$$

que representa la distribución del valor futuro de la operación bajo los escenarios simulados. Esta distribución constituye el punto de partida para determinar la exposición, considerando posteriormente los efectos de los acuerdos de compensación y, cuando corresponda, de los mecanismos de colateralización.

Construcción de los perfiles de exposición

A partir de los valores de mercado obtenidos en cada escenario, la exposición se determina sobre el valor agregado de las operaciones comprendidas dentro del conjunto de compensación aplicable. Sea $\mathcal{N}$ un conjunto de compensación integrado por L operaciones, indexadas por $\ell = 1, \dots, L$. El valor agregado del conjunto en la fecha t_i , bajo el escenario j , se define como:

$$V_{i,j}^{\mathcal{N}} = \sum_{\ell=1}^L V_{i,j}^{(\ell)}$$

donde $V_{i,j}^{(\ell)}$ representa el valor de mercado de la operación ℓ en la fecha t_i bajo el escenario j . La agregación anterior permite reconocer, cuando corresponda, la compensación entre posiciones con valores de mercado positivos y negativos antes de determinar la exposición frente a la contraparte.

La exposición asociada al conjunto de compensación se obtiene a partir de la parte positiva de su valor agregado:

$$E_{i,j} = \max(V_{i,j}^{\mathcal{N}}, 0)$$

Esta definición refleja el carácter unilateral de la exposición crediticia: cuando el valor neto del conjunto es positivo, la institución mantiene un derecho económico frente a la contraparte; cuando es negativo, no se reconoce exposición crediticia bajo dicho escenario. Para una operación individual, la expresión anterior corresponde al caso particular $L = 1$.

Cuando resulten aplicables mecanismos de colateralización, su efecto podrá incorporarse a la estimación de la exposición de acuerdo con los términos contractuales correspondientes. La modelación detallada de dichos mecanismos se encuentra fuera del alcance de la presente nota.

Para cada horizonte t_i , las M trayectorias simuladas generan una distribución transversal de exposiciones:

$$\mathcal{E}_i = \{E_{i,1}, E_{i,2}, \dots, E_{i,M}\}$$

Esta distribución caracteriza los posibles niveles de exposición de la institución en una fecha futura determinada, dadas las condiciones de mercado generadas por el modelo. Al repetir el procedimiento para cada fecha de la malla $t_0, t_1, \dots, t_n$, se obtiene la evolución temporal de la distribución de exposición durante el horizonte considerado.

El conjunto de estas distribuciones constituye el perfil de exposición y proporciona la base para la estimación de la exposición esperada y de la exposición potencial futura, desarrolladas en la siguiente sección.

CÁLCULO DE LA EXPOSICIÓN ESPERADA Y EXPOSICIÓN POTENCIAL FUTURA

Una vez obtenidas las exposiciones correspondientes a cada fecha y escenario, la simulación permite caracterizar la distribución de los posibles niveles de exposición a lo largo de la vida remanente de las operaciones. Para cada fecha t_i , se dispone de M realizaciones:

$$\mathcal{E}_i = \{E_{i,1}, E_{i,2}, \dots, E_{i,M}\}$$

donde $E_{i,j}$ representa la exposición en la fecha t_i bajo el escenario j .

A partir de esta distribución se obtienen dos medidas complementarias: la exposición esperada (EE) caracteriza el nivel medio de exposición en cada horizonte temporal, mientras que la exposición potencial futura (PFE) proporciona una medida de exposición asociada a un percentil determinado de la distribución. En conjunto, ambas métricas permiten describir tanto el comportamiento esperado de la exposición como su posible magnitud bajo escenarios menos frecuentes.

Exposición Esperada (EE)

Para una fecha futura t_i , la exposición esperada se define como la esperanza de la exposición:

$$EE^{\mathbb{P}}(t_i) = \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[E(t_i)]$$

En el marco de simulación Monte Carlo, esta cantidad se estima mediante el promedio de las M exposiciones simuladas:

$$\widehat{EE^{\mathbb{P}}}(t_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M E_{i,j}$$

La EE representa, por tanto, el valor medio de la distribución de exposición en un horizonte determinado. Su cálculo para cada fecha de la malla permite construir el perfil de exposición esperada:

$$\{\widehat{EE^{\mathbb{P}}}(t_0), \widehat{EE^{\mathbb{P}}}(t_1), \dots, \widehat{EE^{\mathbb{P}}}(t_n)\}$$

La evolución de este perfil refleja conjuntamente la sensibilidad del valor de las operaciones a los factores de riesgo simulados y la reducción progresiva de los flujos remanentes conforme las operaciones se aproximan a su vencimiento.

Exposición Potencial Futura (PFE)

A diferencia de la EE, la exposición potencial futura caracteriza la parte superior de la distribución de exposición. Para un nivel de confianza q , la PFE en t_i se define como el cuantil q de la distribución de $E(t_i)$:

$$PFE_q^{\mathbb{P}}(t_i) = \inf\{x: \mathbb{P}(E(t_i) \leq x) \geq q\}$$

En la implementación Monte Carlo, la PFE se estima a partir del cuantil empírico correspondiente de las exposiciones simuladas:

$$\widehat{PFE}_q^{\mathbb{P}}(t_i) = Q_q(E_{i,1}, E_{i,2}, \dots, E_{i,M})$$

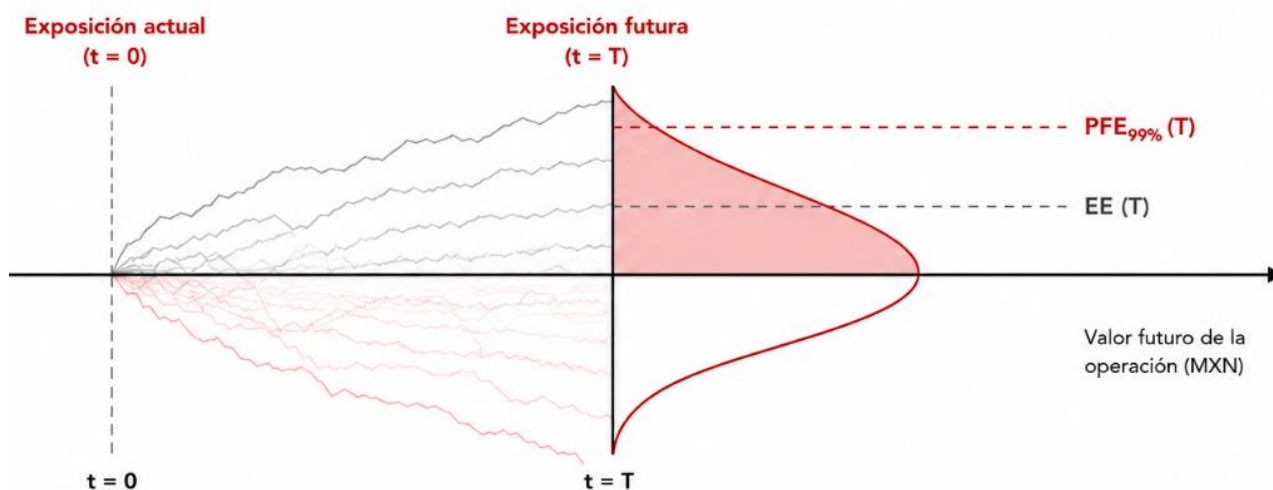
Por construcción, la PFE no representa una pérdida esperada ni una predicción puntual del nivel futuro de exposición. Su interpretación corresponde a un nivel de exposición que no sería excedido con probabilidad q , bajo la distribución generada por el modelo y los supuestos utilizados en la simulación.

Al calcular esta medida para cada fecha de la malla se obtiene el perfil de PFE:

$$\{\widehat{PFE}_q^{\mathbb{P}}(t_0), \widehat{PFE}_q^{\mathbb{P}}(t_1), \dots, \widehat{PFE}_q^{\mathbb{P}}(t_n)\}$$

La elección del nivel de confianza determina la región de la distribución que se desea caracterizar y deberá establecerse de acuerdo con el propósito de la medición y los criterios metodológicos aplicables.

Figura 2. Perfil ilustrativo de Exposición Esperada y Exposición Potencial Futura



Aplicación de los perfiles de exposición a líneas de derivados

La incorporación de los perfiles de exposición en la gestión de líneas permite considerar no sólo la exposición vigente, sino también su posible evolución durante la vida remanente de las operaciones. Para este propósito, la Exposición Esperada permite dar seguimiento a la evolución media de la exposición, mientras que la Exposición Potencial Futura constituye una medida que puede ser utilizada como referencia

para el establecimiento de líneas de derivados, de acuerdo con el nivel de confianza establecido para su determinación.

En este marco, el modelo Hull–White constituye el componente de riesgo que permite generar los escenarios requeridos para estimar dichas exposiciones. Por lo tanto, su aplicación dentro del esquema de líneas de derivados se materializa a través de los perfiles de exposición obtenidos a partir de la revaluación de las operaciones bajo los escenarios simulados.

Desde una perspectiva de administración de riesgo de contraparte, las métricas de exposición estimadas mediante simulación constituyen un insumo para la definición, asignación y monitoreo de líneas de derivados. La utilización de medidas prospectivas permite reconocer que el riesgo asociado a una operación puede variar significativamente a lo largo de su vida remanente y que, por tanto, la exposición vigente no necesariamente representa el nivel máximo de exposición al que podría enfrentarse la institución.

En este contexto, la PFE puede utilizarse como referencia para la asignación y monitoreo de líneas, al representar un nivel de exposición asociado a un percentil elevado de la distribución futura. De manera complementaria, la evolución conjunta de los perfiles de EE y PFE permite identificar horizontes temporales en los que la exposición alcanza niveles máximos, evaluar concentraciones de riesgo y apoyar los procesos de seguimiento y revisión periódica de líneas. Asimismo, estas métricas pueden emplearse para analizar el impacto de nuevas operaciones sobre el consumo agregado de línea bajo distintos escenarios de mercado.

CASO PRÁCTICO

Estimación de la exposición futura de un IRS mediante el modelo Hull–White

Con el propósito de ilustrar la aplicación de la metodología desarrollada, se considera un *Interest Rate Swap* (IRS) denominado en pesos mexicanos, con un nocional de MXN 100 millones y un plazo de siete años. Desde la perspectiva de la institución, la operación recibe una tasa fija de 8.20% y paga una tasa variable referenciada a TIIE de Fondeo (TIIIEF).

La exposición futura de la operación se estima mediante simulación Monte Carlo bajo el modelo Hull–White de un factor. Las principales características del instrumento se presentan a continuación.

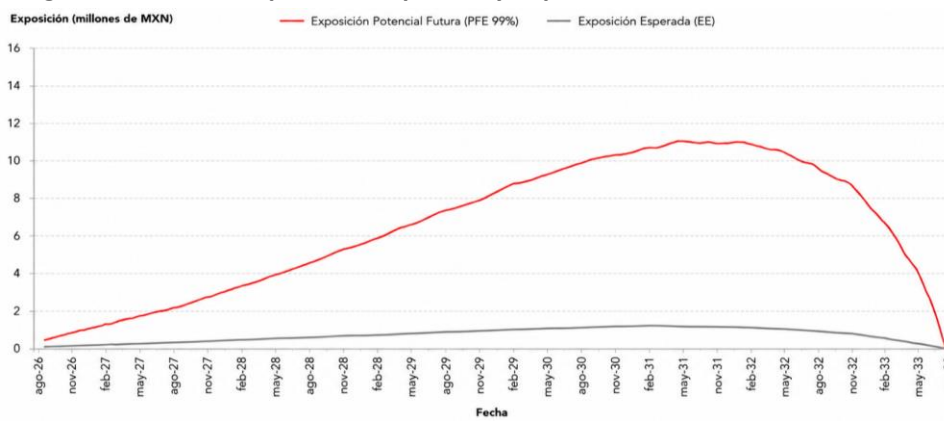
Característica	Especificación
Instrumento	<i>Interest Rate Swap</i>
Divisa	MXN
Nocional	100 millones
Plazo	7 años
Posición de la institución	Recibe fija / paga variable
Tasa fija	8.2%
Tasa variable	TIIIEF
$\alpha^{\mathbb{P}}$	8%
$\sigma^{\mathbb{P}}$	1.5%
M trayectorias	10,000
Nivel de confianza PFE	99%
Colateral	Sin colateral

Para efectos ilustrativos, se supone que la tasa fija de 8.2% corresponde aproximadamente a la tasa par de la operación en la fecha inicial de valuación. Bajo este supuesto, el valor inicial del IRS se encuentra cercano a cero, de manera que el perfil mostrado refleja principalmente la evolución futura de la exposición derivada de los escenarios simulados.

En el mismo sentido, los parámetros utilizados tienen fines ilustrativos y no corresponden a una calibración específica de mercado.

A partir de la curva inicial de mercado y de la parametrización del modelo, se generan los escenarios de tasas utilizados para revaluar la operación en los distintos horizontes de simulación. Las distribuciones de exposición resultantes permiten estimar, para cada horizonte, la Exposición Esperada y la Exposición Potencial Futura al nivel de confianza seleccionado.

Figura 3. Perfil de Exposición Esperada y Exposición Potencial Futura del IRS



La Figura 3 presenta los perfiles de EE y PFE al 99% obtenidos para la operación. Durante los primeros horizontes, la PFE aumenta conforme se amplía la dispersión de los valores que puede alcanzar el IRS bajo los escenarios simulados hasta alcanzar su nivel máximo. A partir de este horizonte, la exposición disminuye progresivamente conforme se reduce la vida remanente de la operación, convergiendo a cero al vencimiento.

La diferencia entre ambos perfiles responde a la región de la distribución de exposición que caracteriza cada métrica. Mientras que la EE representa el nivel medio de exposición positiva en cada horizonte, la PFE al 99% captura un nivel asociado a la región superior de dicha distribución. En el caso analizado, la separación observada entre ambas métricas evidencia que, aun cuando la exposición media permanece relativamente acotada, determinados escenarios de tasas pueden generar exposiciones significativamente superiores.

El ejercicio muestra, por tanto, que la exposición de un derivado de tasas no permanece constante durante su vida, sino que resulta de la interacción entre la incertidumbre asociada a la evolución de los factores de mercado y las características contractuales de la operación. En este contexto, los perfiles de EE y PFE permiten identificar tanto la magnitud como los horizontes de mayor exposición, proporcionando una representación prospectiva del riesgo de contraparte generado por la operación.

RIESGOS Y LIMITACIONES

La estimación de exposición mediante simulación depende tanto de la elección del modelo como de los supuestos utilizados para su calibración e implementación. Por esta razón, los resultados de EE y PFE deben interpretarse considerando las siguientes limitaciones:

- **Representación simplificada de la dinámica de tasas:** El modelo Hull-White de un factor utiliza una única fuente de incertidumbre para representar la evolución de las tasas de interés. Esto implica que las tasas correspondientes a distintos vencimientos tienden a moverse de forma altamente correlacionada, por lo que el modelo puede tener una capacidad limitada para representar escenarios en los que diferentes segmentos de la curva evolucionen de manera independiente. Asimismo, su estructura gaussiana permite la generación de tasas negativas y no necesariamente reproduce toda la estructura de volatilidad observada en el mercado.
- **Dependencia de la calibración y supuestos del modelo:** Los escenarios generados dependen directamente de los parámetros utilizados, particularmente de la velocidad de reversión a la media y de la volatilidad. En consecuencia, variaciones en estos parámetros pueden modificar la evolución de las trayectorias simuladas y, por tanto, los niveles de exposición estimados.
- **Aproximación mediante simulación:** El método de Monte Carlo representa la incertidumbre futura mediante un conjunto finito de trayectorias y fechas de simulación. Por ello, la distribución de exposición obtenida constituye una aproximación de los posibles resultados y depende del número de escenarios generados. Un número insuficiente de trayectorias puede limitar la adecuada representación de determinados comportamientos de la exposición, mientras que un mayor número de trayectorias y fechas incrementa de manera significativa el costo computacional.
- **Dependencia de la información contractual y de mercado:** La exposición calculada está condicionada a la adecuada incorporación de las características contractuales de las operaciones, su asignación al conjunto de compensación correspondiente y las condiciones establecidas en los acuerdos de colateral. Por ello, inconsistencias o errores en estos elementos pueden afectar directamente los resultados obtenidos, aun cuando la simulación de mercado sea adecuada. De igual forma, la calidad y consistencia de los datos de mercado influyen en la precisión de las estimaciones de exposición.
- **Dependencia entre exposición y calidad crediticia de la contraparte:** La estimación de la exposición se realiza a partir de la evolución de los factores de mercado, sin incorporar de forma conjunta la evolución de la calidad crediticia de la contraparte. En consecuencia, no captura explícitamente los efectos derivados de *Wrong-Way Risk*.
- **Riesgo de base y dinámica multi-curva:** La metodología preserva la relación observada entre las curvas de descuento y proyección en la fecha de valuación, sin modelar de forma independiente la evolución futura de los diferenciales (*basis*) entre curvas. Como resultado, ciertos movimientos relativos entre curvas pueden no quedar completamente reflejados en los escenarios simulados.
- **Simplificación de los mecanismos de colateralización:** Cuando resulte aplicable, el efecto del colateral puede ser considerado en la estimación de la exposición; sin embargo, la presente metodología no desarrolla de manera explícita todos los elementos operativos y contractuales asociados al proceso de marginación. En consecuencia, la exposición residual derivada de dichos elementos puede no reflejarse completamente en las estimaciones obtenidas.

CONCLUSIONES

El modelo Hull–White de un factor proporciona un marco consistente para representar la evolución de las tasas de interés y generar escenarios futuros a partir de la estructura temporal observada en mercado. Su aplicación mediante simulación Monte Carlo permite obtener distribuciones del valor futuro de las operaciones y, a partir de éstas, estimar sus perfiles de exposición a lo largo del horizonte de análisis.

La Exposición Esperada (EE) y la Exposición Potencial Futura (PFE) permiten caracterizar la exposición de contraparte desde perspectivas complementarias. El caso práctico desarrollado para un IRS en MXN muestra que la evolución de estos perfiles responde tanto a la incertidumbre asociada a los movimientos de tasas como a la reducción de los flujos remanentes de la operación, lo que puede generar niveles máximos de exposición en horizontes intermedios.

En este sentido, el modelo Hull–White constituye una metodología adecuada para la estimación de exposición futura en derivados de tasas de interés. Los resultados obtenidos deben interpretarse considerando la parametrización del modelo, las condiciones de mercado y los supuestos empleados en la simulación, así como los procesos de calibración y validación correspondientes.

NOTAS Y REFERENCIAS

- Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). Interest Rate Models: Theory and Practice – With Smile, Inflation and Credit. 2nd ed. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Hull, J. C., & White, A. (1990). Pricing interest-rate-derivative securities. The Review of Financial Studies, 3(4), 573–592.
- Hull, J. C., & White, A. (1990). Valuing derivative securities using the explicit finite difference method. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 25(1), 87–100.
- Hull, J. C., & White, A. (1994). Numerical procedures for implementing term structure models I: Single-factor models. Journal of Derivatives, 2(1), 7–16.